

Algoritmia

Básica



CURSO DE PROGRAMACIÓN COMPETITIVA

URJC - 2026

Organizadores:

- Isaac Lozano (isaac.lozano@urjc.es)
- Sergio Salazar (sergio.salazar@urjc.es)
- Adaya Ruiz (am.ruiz.2020@alumnos.urjc.es)
- **Olga Somalo** (o.somalo.2021@alumnos.urjc.es)
- Lucas Martín (lucas.martin@urjc.es)
- Iván Penedo (ivan.penedo@urjc.es)
- **Alicia Pina** (alicia.pina@urjc.es)
- Sara García (sara.garcia@urjc.es)
- Raúl Fauste (raul.fauste@urjc.es)



Contenidos

- Divide y vencerás
 - Algoritmos de Ordenación
 - Búsqueda binaria
- Algoritmos Voraces
- Técnicas algorítmicas



Contenidos

- **Divide y vencerás**
 - Algoritmos de Ordenación
 - Búsqueda binaria
- Algoritmos Voraces
- Técnicas algorítmicas

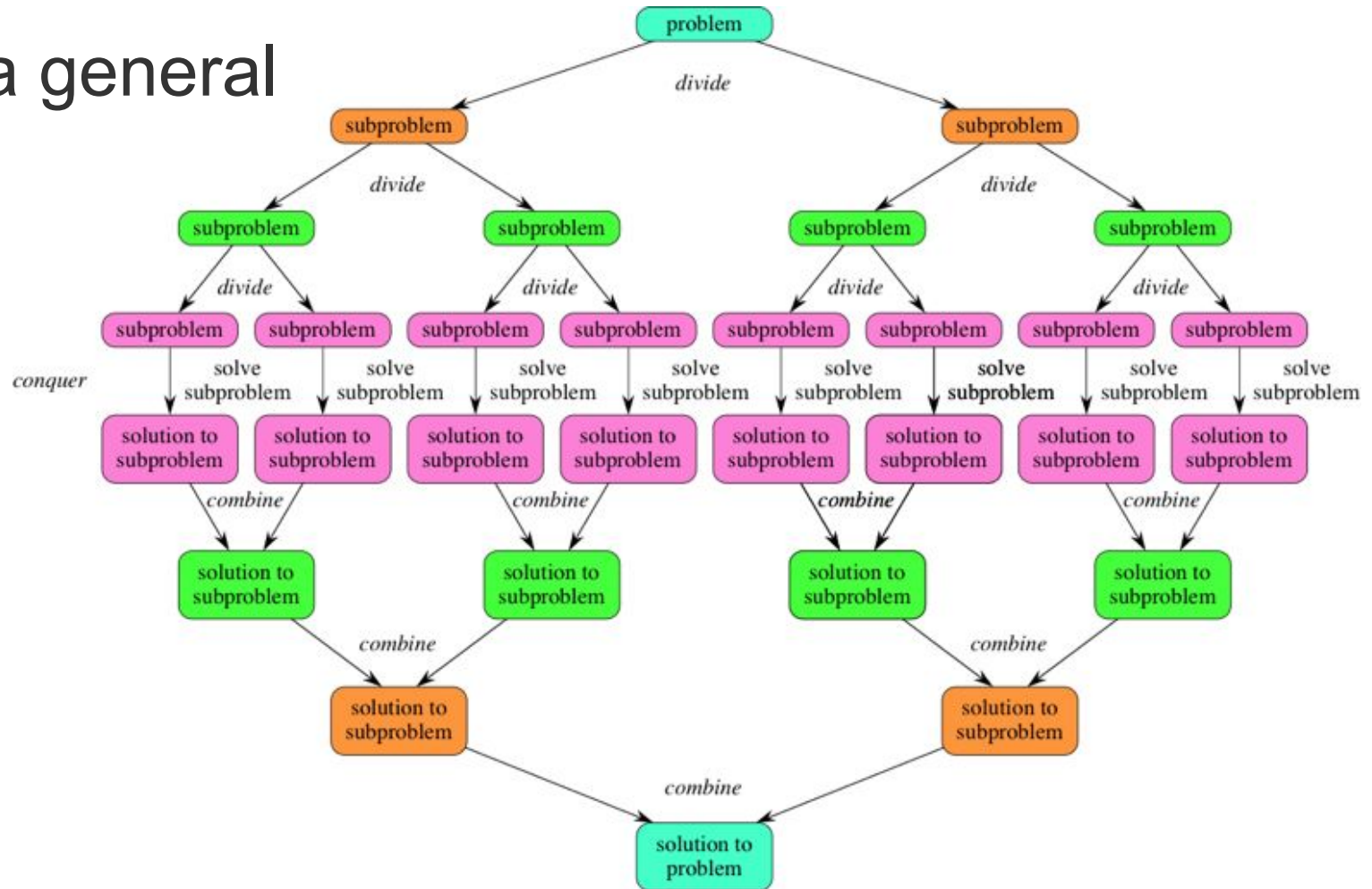


Divide Y Vencerás

- La idea intuitiva es la separación del problema en problemas más pequeños.
- Así, la solución global está compuesta de la combinación de subsoluciones.

Divide Y Vencerás

Esquema general



Divide Y Vencerás

- Quicksort
- Mergesort
- Búsqueda binaria

Los tres son ejemplos de esta aproximación...

Algoritmos de Ordenamiento

Algunos problemas requieren tener ordenados una serie de elementos para dar una respuesta

- Algoritmos de ordenación
- Estructuras de datos ordenadas

... es importante su eficiencia

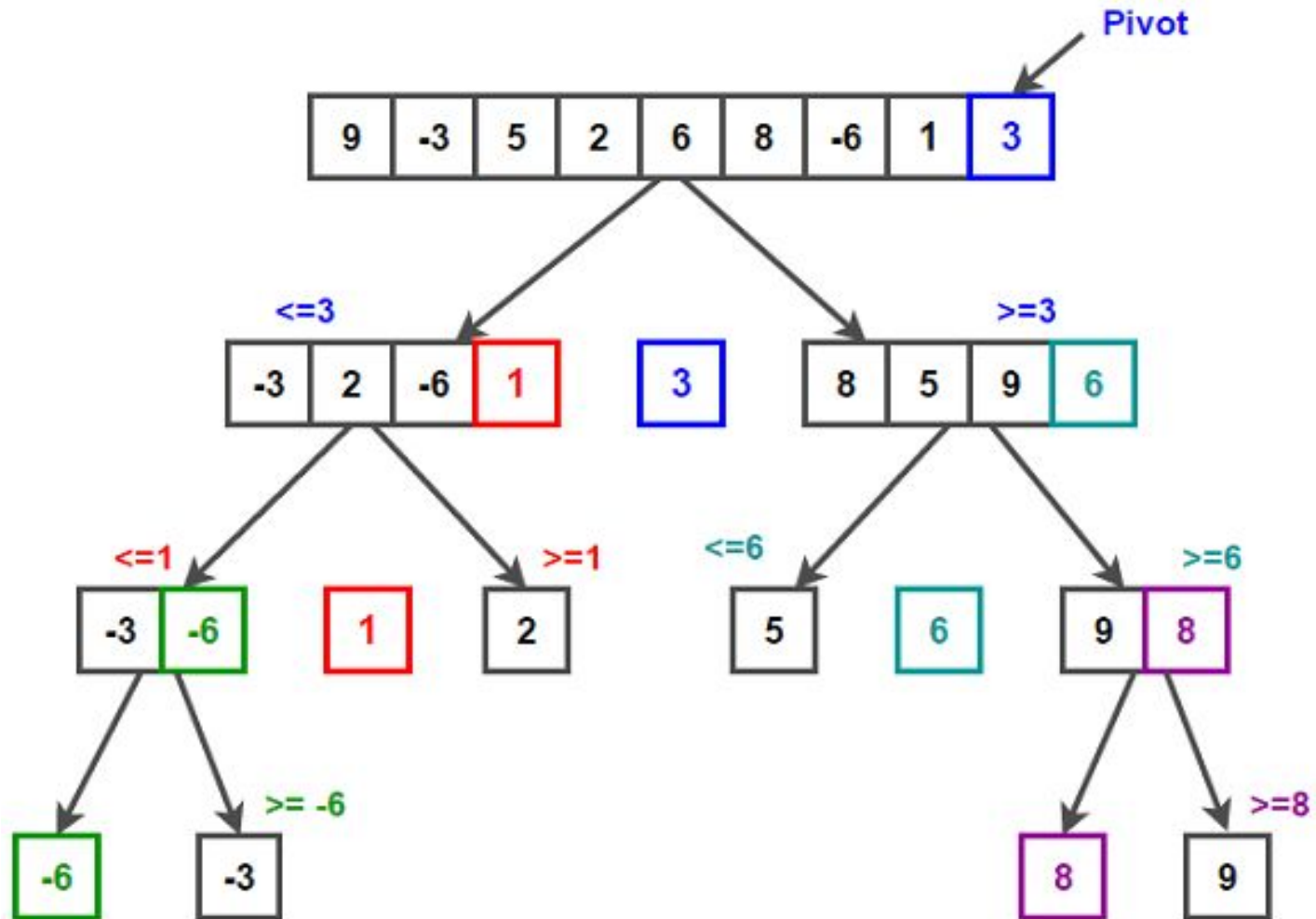
Algoritmos de Ordenamiento

- Quicksort / Mergesort
 - Complejidad: $O(n\log(n))$
 - Ya están implementadas en las bibliotecas básicas ¡No hay que programarlos!

Algoritmos de Ordenamiento

- Quicksort (idea básica)
 - Se toma un pivote “al azar” del array (un elemento cualquiera del array)
 - Dos arrays mantienen los elementos menores y mayores al pivote
 - Recursivamente se tratan estos dos arrays por separado y se concatena su resultado
 - Se repite el proceso hasta que quede 1

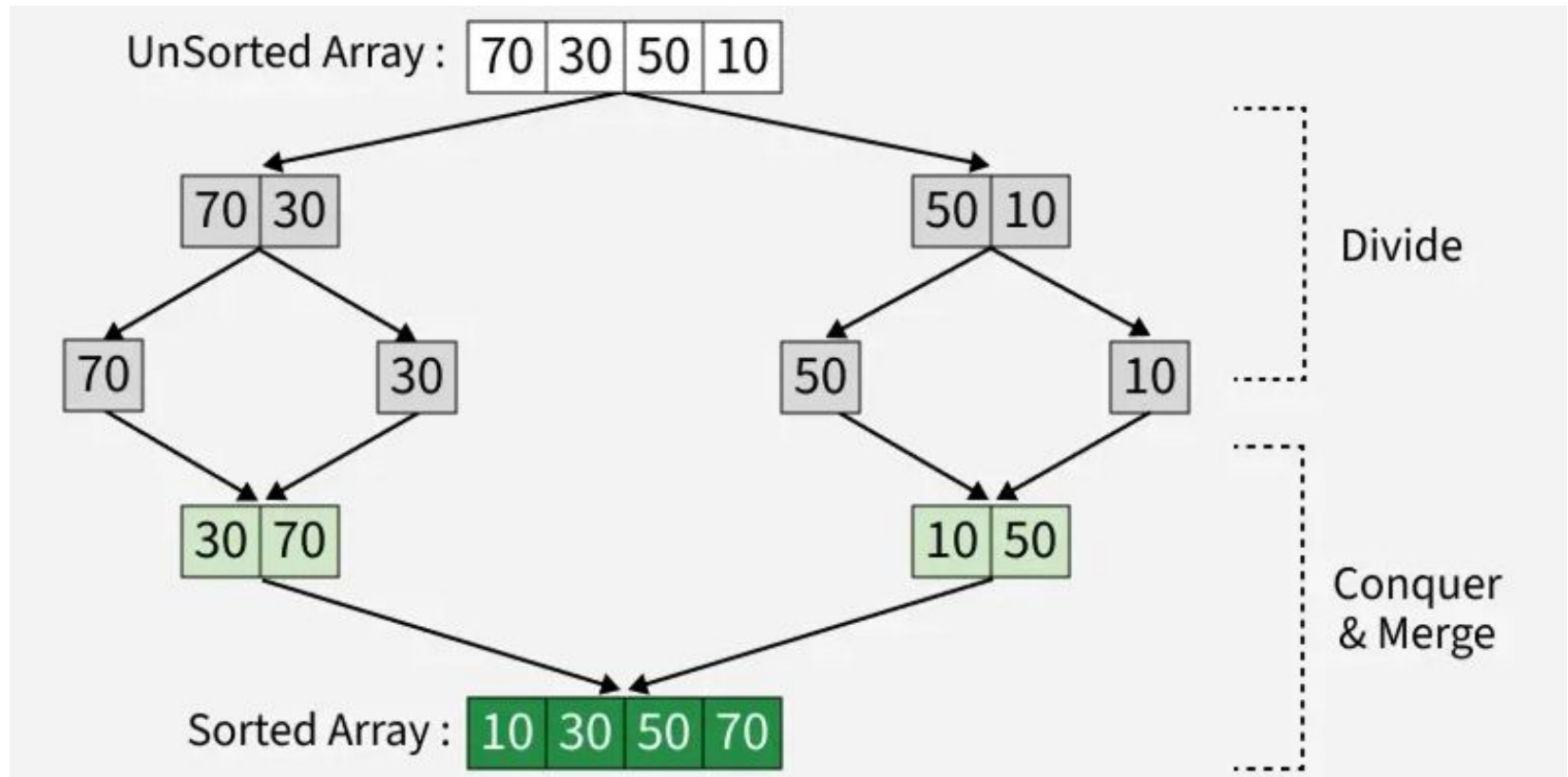
Algoritmos de Ordenamiento



Algoritmos de Ordenamiento

- MergeSort (idea básica)
 - Se llama recursivamente combinando los arrays desde 0 hasta $N/2$ y de $N/2$ hasta N
 - Si el elemento tiene 1 elemento, se asume que está ordenado
 - Formar un nuevo array tomando en cuenta los dos arrays formados

Algoritmos de Ordenamiento



Algoritmos de Ordenamiento

- C++
 - `std::sort()`
- Java
 - `Collections.sort()` -> MergeSort*
 - `Arrays.sort()` -> Quicksort* (para tipos primitivos)

*En realidad son variantes más eficientes

Algoritmos de Ordenamiento

- Estructuras ordenadas nos permiten hacer búsquedas “inteligentes” sobre ellas (búsqueda binaria, ternaria, etc)
- Otros algoritmos de ordenamiento

Problemas

<https://open.kattis.com/problems/akcija>

```
a= [5,2,8,3,1]  
a.sort()  
print(a)
```

```
>> a = [1,2,3,5,8]
```

```
a= [5,2,8,3,1]  
a.sort(reverse=True)  
print(a)
```

```
>> a = [8,5,3,2,1]
```

<https://www.spoj.com/problems/SBANK/>

Búsqueda Binaria

- Definición
- Donde aplicar
- Ejemplo

Búsqueda Binaria

- Se utiliza cuando un problema contiene una función f monótona creciente o decreciente
- Una función es monótona creciente si para cualquier x, y con $x < y$ tal que $f(x) \leq f(y)$. Es monótona decreciente en el caso contrario

Búsqueda Binaria

- La idea detrás del algoritmo es ir descartando mitades donde sabemos que no podemos encontrar la respuesta
- Ej. Si queremos encontrar un valor determinado

Búsqueda Binaria

- Acotamos la función para un x mínimo y máximo dentro de $f(x)$
- Por cada iteración, sea $\text{mid} = (\text{Cotamin} + \text{Cotasup}) / 2$
- Si $f(\text{mid}) > \text{Obj}$, significa que nos hemos pasado, por lo tanto, $\text{Cotasup} = \text{mid}$
- Si $f(\text{mid}) \leq \text{Obj}$, significa que hemos subestimado, por lo tanto, $\text{Cotainf} = \text{mid}$

Búsqueda Binaria

- La respuesta final estará en Cotainf

```
function binary_search(f, inf, sup, t):  
    while sup-inf > 1  
        mid = (sup+inf) / 2  
        if f(mid) <= t:  
            inf = mid  
        else  
            sup = mid  
    return inf
```

Problemas

<https://codeforces.com/edu/course/2/lesson/6/1/practice/contest/283911/problem/A>

<https://codeforces.com/edu/course/2/lesson/6/1/practice/contest/283911/problem/B>

Contenidos

- Divide y vencerás
 - Algoritmos de Ordenación
 - Búsqueda binaria
- **Algoritmos Voraces**
- Técnicas algorítmicas



Algoritmos Voraces

Motivación: el problema de la moneda

Algoritmos Voraces



Algoritmos Voraces

Objetivo: devolver el **cambio exacto** pedido con el **menor** número de **monedas**



Algoritmos Voraces

Objetivo: devolver el **cambio exacto** pedido con el **menor** número de **monedas**



Algoritmos Voraces

Objetivo: devolver el **cambio exacto** pedido con el **menor** número de **monedas**



Algoritmos Voraces

Objetivo: devolver el **cambio exacto** pedido con el **menor** número de **monedas**



Algoritmos Voraces

Objetivo: devolver el **cambio exacto** pedido con el **menor** número de **monedas**



VORA

Algoritmo de Vora

Objetivo: devolver el **cambio exacto** pedido con el **menor** número de **monedas**



Algoritmos Voraces

¿Qué es un algoritmo voraz?

Algoritmos Voraces

¿Qué es un algoritmo voraz?

Un algoritmo voraz (o **greedy**) construye una solución tomando en cada paso la **mejor decisión local posible**, sin reconsiderar decisiones anteriores.

Algoritmos Voraces



Hit the Lottery

<https://codeforces.com/problemset/problem/996/A>

Algoritmos Voraces



Hit the Lottery

```
n = int(input())

solu = 0
valores = [100, 20, 10, 5, 1]

for billete in valores:
    solu += n // billete    # Monedas que utilizamos
    n %= billete           # Dinero restantes

print(solu)
```

Algoritmos Voraces



Shopaholic

<https://open.kattis.com/contests/m4qvtu/problems/shopaholic>

Algoritmos Voraces



Shopaholic

```
# Leemos toda la entrada de golpe
input_data = sys.stdin.read().split()
n = int(input_data[0])
p = [int(x) for x in input_data[1:]]

p.sort(reverse=True) # Ordenamos de mayor a menor
discount = sum(p[2::3]) # Sumamos desde el índice 2, saltando de 3 en 3

print(discount)
```

Algoritmos Voraces

Cuidado!!!

Greedy no siempre funciona

Algoritmos Voraces

Objetivo: devolver el **cambio exacto** pedido con el **menor** número de **monedas**



Algoritmos Voraces

Objetivo: devolver el **cambio exacto** pedido con el **menor** número de **monedas**



Algoritmos Voraces

Objetivo: devolver el **cambio exacto** pedido con el **menor** número de **monedas**



Algoritmos Voraces

Elegir siempre la mejor decisión local no garantiza obtener la mejor solución global!!

Un enfoque greedy suele funcionar cuando:

- elegir ahora no empeora las opciones futuras
- el problema tiene estructura óptima
- podemos ordenar o priorizar decisiones

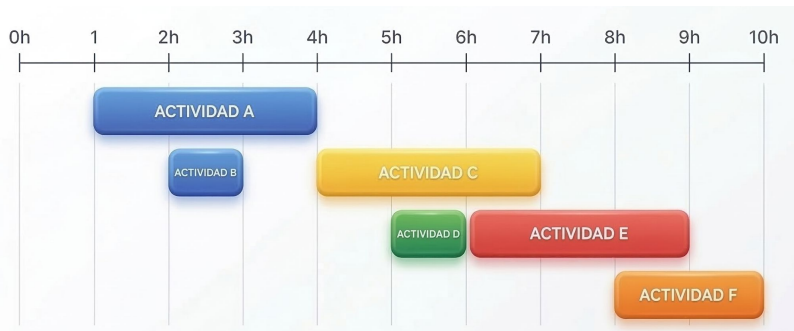
Algoritmos Voraces

Problemas clásicos con
solución **voraz**

Algoritmos Voraces

Selección de tareas

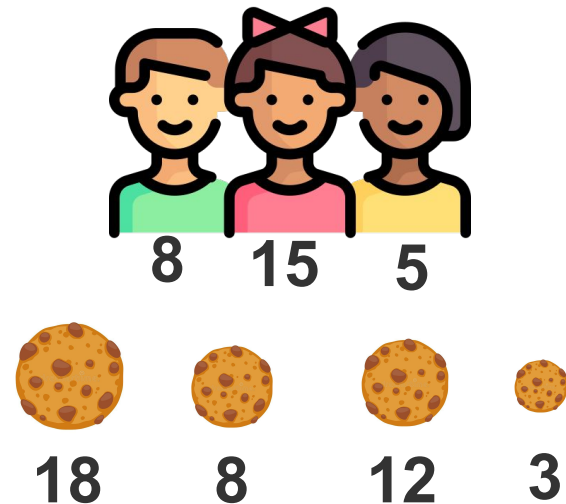
Objetivo: realizar el mayor número de tareas, sin que éstas se superpongan



<https://open.kattis.com/problems/intervalscheduling>

Asignar galletas

Objetivo: asignar el máximo número de galletas, sabiendo que cada niño exige un tamaño mínimo (y no repetirá galleta)



<https://www.geeksforgeeks.org/problems/assign-cookies/1>

Contenidos

- Divide y vencerás
 - Algoritmos de Ordenación
 - Búsqueda binaria
- Algoritmos Voraces
- **Técnicas algorítmicas**



Contenidos

El array de acumulados



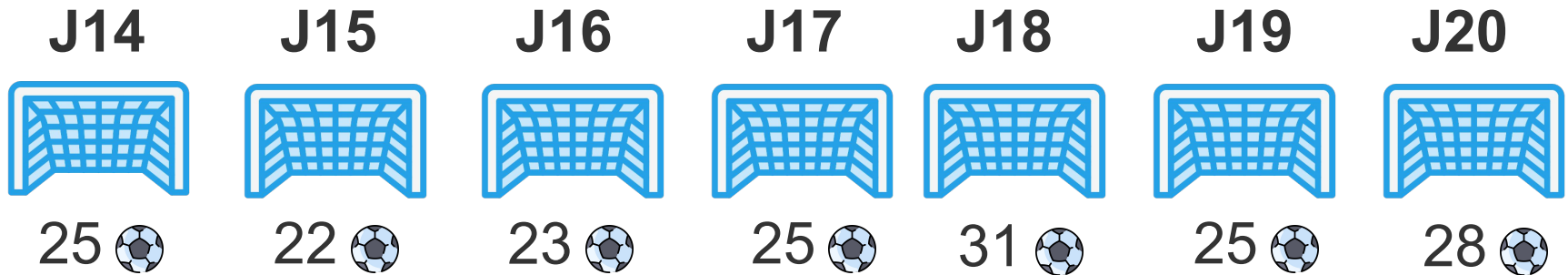
Contenidos

Imaginemos que queremos responder consultas del tipo:
“**suma** en el **rango** $[l,r]$ de un array”



Contenidos

Imaginemos que queremos responder consultas del tipo:
“**suma** en el **rango** $[l,r]$ de un array”



¿Cuántos goles se marcaron entre la jornada 16 y la 19?

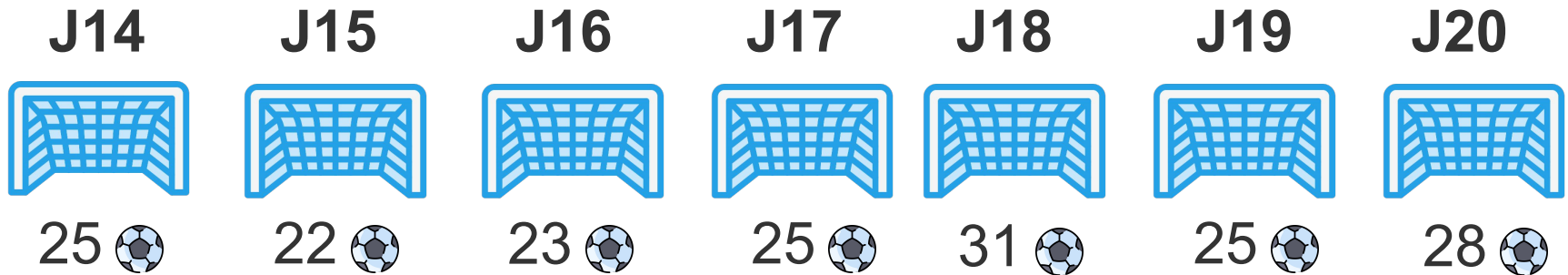
¿Y entre la jornadas 14 y la 17?

...



Contenidos

Imaginemos que queremos responder consultas del tipo:
“**suma** en el **rango** $[l,r]$ de un array”



¿Fuerza bruta?  **$O(n\ q)!!$** 

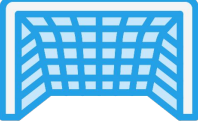
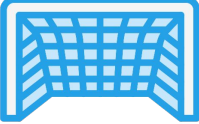
* q = nº de consultas
* n = tamaño del array



Contenidos

Solución: array de acumulados (prefix sum)

$\text{pref}[i] = \text{suma de } a[0 \dots i]$

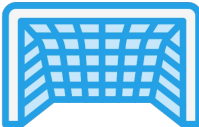
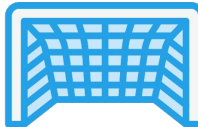
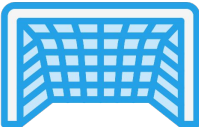
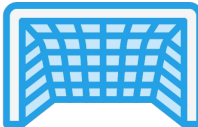
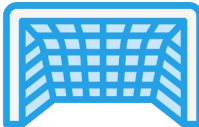
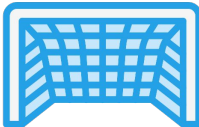
J14	J15	J16	J17	J18	J19	J20
						
25 	22 	23 	25 	31 	25 	28 
						
J14	J15	J16	J17	J18	J19	J20
						
25 	47 	70 	95 	126 	151 	179 



Contenidos

Solución: array de acumulados (prefix sum)

$\text{pref}[i] = \text{suma de } a[0 \dots i]$

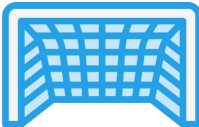
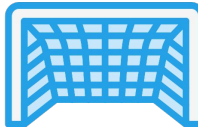
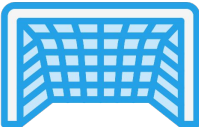
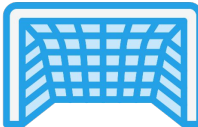
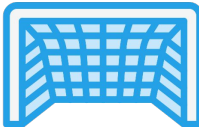
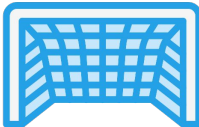
J14	J15	J16	J17	J18	J19	J20
						
25 	47 	70 	95 	126 	151 	179 



Contenidos

Solución: array de acumulados (prefix sum)

$\text{pref}[i] = \text{suma de } a[0 \dots i]$

J14	J15	J16	J17	J18	J19	J20
						
25 	47 	70 	95 	126 	151 	179 

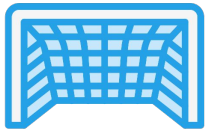


Contenidos

Solución: array de acumulados (prefix sum)

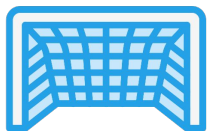
$\text{pref}[i] = \text{suma de } a[0 \dots i]$

J14



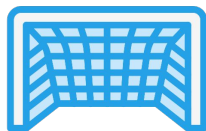
25 

J15



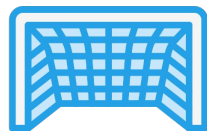
47 

J16



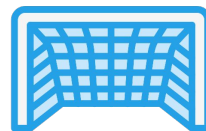
70 

J17



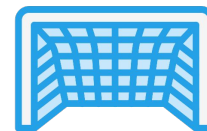
95 

J18



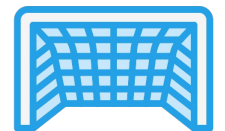
126 

J19



151 

J20



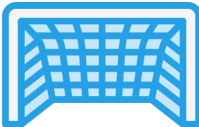
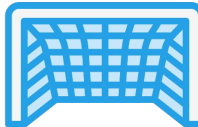
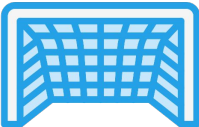
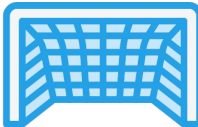
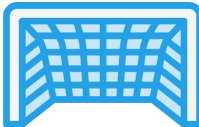
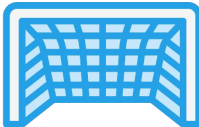
179 



Contenidos

Solución: array de acumulados (prefix sum)

$\text{pref}[i] = \text{suma de } a[0 \dots i]$

J14	J15	J16	J17	J18	J19	J20
						
25 	47 	70 	95 	126 	151 	179 

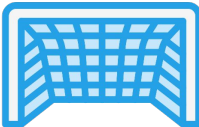
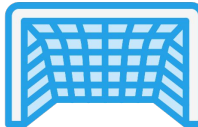
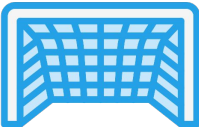
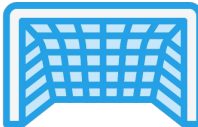
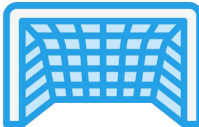
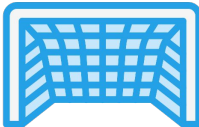
$$\text{sum}(l, r) = \text{pref}[r] - \text{pref}[l-1]$$



Contenidos

Solución: array de acumulados (prefix sum)

$\text{pref}[i] = \text{suma de } a[0 \dots i]$

J14	J15	J16	J17	J18	J19	J20
						
25 	47 	70 	95 	126 	151 	179 

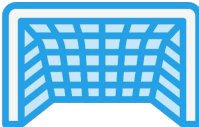
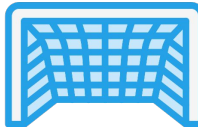
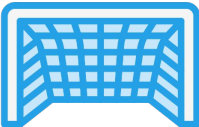
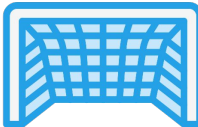
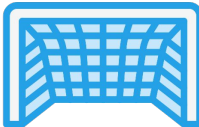
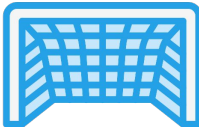
$$\text{sum}(16, 18) = 126 - 47 = 79$$



Contenidos

Solución: array de acumulados (prefix sum)

$\text{pref}[i] = \text{suma de } a[0 \dots i]$

J14	J15	J16	J17	J18	J19	J20
						
25 	47 	70 	95 	126 	151 	179 

$O(q)!$



Algoritmos Voraces



Kuriyama Mirai's Stones

```
# Cálculo del array de acumulados
pref_v = [0] + list(accumulate(v))
pref_u = [0] + list(accumulate(u))
# Responder a una consulta: tipo, l, r
if tipo == 1:
    print(pref_v[r] - pref_v[l-1])
else:
    print(pref_u[r] - pref_u[l-1])
```

Contenidos

La ventana deslizante



Contenidos

Imaginemos que queremos saber cuál es el **subarray más largo** con **suma $\leq k$**



Contenidos

Imaginemos que queremos saber cuál es el **subarray más largo** con **suma $\leq k$**

Ejemplo: $k=5$

2 1 3 2 1 1 1



Contenidos

Imaginemos que queremos saber cuál es el **subarray más largo** con **suma $\leq k$**

Ejemplo: $k=5$

2 1 3 2 1 1 1

¿Fuerza bruta?



Contenidos

Imaginemos que queremos saber cuál es el **subarray más largo** con **suma $\leq k$**

Ejemplo: $k=5$

2 1 3 2 1 1 1

¿Fuerza bruta?



$O(n^2)!!$



* n = tamaño del array



Contenidos

La **ventaja deslizante** es una técnica para procesar **subarrays dinámicos** de un array principal de manera eficiente

Se representa mediante 2 **índices** o **punteros**:

- 1 señalando el **inicio** de la ventana (izq)
- 1 señalando el **final** de la ventana (sin incluir) (der)

La ventana se **expande moviendo** el puntero **der** para incluir nuevos elementos, y se **contrae moviendo** el puntero **izq** cuando se deja de cumplir una condición (como superar una suma determinada)



Contenidos

Imaginemos que queremos saber cuál es el **subarray más largo** con **suma $\leq k$**

Ejemplo: $k=5$

Ventana deslizante: $izq=0$, $der=1$

2 1 3 2 1 1 1
2
 $acu=2$

$max=1$



Contenidos

Imaginemos que queremos saber cuál es el **subarray más largo** con **suma $\leq k$**

Ejemplo: $k=5$

Ventana deslizante: $izq=0$, $der=2$

2 1 3 2 1 1 1

acu=3

max=2



Contenidos

Imaginemos que queremos saber cuál es el **subarray más largo** con **suma $\leq k$**

Ejemplo: $k=5$

Ventana deslizante: $izq=0$, $der=3$

2 1 3 2 1 1 1

$acu=6!$

$max=2$



Contenidos

Imaginemos que queremos saber cuál es el **subarray más largo** con **suma $\leq k$**

Ejemplo: $k=5$

Ventana deslizante: $izq=1$, $der=3$

2 1 3 2 1 1 1

acu=4

max=2



Contenidos

Imaginemos que queremos saber cuál es el **subarray más largo** con **suma $\leq k$**

Ejemplo: $k=5$

Ventana deslizante: $izq=1$, $der=4$

2 1 3 2 1 1 1

acu=6!

max=2



Contenidos

Imaginemos que queremos saber cuál es el **subarray más largo** con **suma $\leq k$**

Ejemplo: $k=5$

Ventana deslizante: $izq=2$, $der=4$

2 1 3 2 1 1 1

acu=5

max=2



Contenidos

Imaginemos que queremos saber cuál es el **subarray más largo** con **suma $\leq k$**

Ejemplo: $k=5$

Ventana deslizante: $izq=2$, $der=5$

2 1 3 2 1 1 1

$acu=6!$

$max=2$



Contenidos

Imaginemos que queremos saber cuál es el **subarray más largo** con **suma $\leq k$**

Ejemplo: $k=5$

Ventana deslizante: $izq=3$, $der=5$

2 1 3 2 1 1 1

acu=3

max=2



Contenidos

2 1 3 2 1 1 1

acu=4

Contenidos

Imaginemos que queremos saber cuál es el **subarray más largo** con **suma $\leq k$**

Ejemplo: $k=5$

Ventana deslizante: $izq=3$, $der=7$

2 1 3 2 1 1 1

acu=5

max=4



Algoritmos Voraces



Books

<https://codeforces.com/problemset/problem/279/B>

Algoritmos Voraces



```
left, right, current_time, max_books = 0

while right < n:
    current_time += a[right] # Abrir ventana
    right += 1

    while current_time > t:      # Cerrar ventana
        current_time -= a[left] # (si nos pasamos)
        left += 1

    max_books = max(max_books, right - left)

print(max_books)
```

viene!



@URJC_CP



@Dijkstraidos

